УДК 622.414.2.001.2

Мл. науч. сотр В.Н. Веретенник
мл. науч. сотр М. Н. Дудник
(ИГТМ НАН Украины)

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

На підставі теорії розмірностей запропоновано двочленний закон аеродинамічного опору гірських виробок, що містить лінійну і квадратичну складові. Встановлено залежність відповідних їм коефіцієнтів від параметрів задачі

A METHOD OF DETERMINING AERODYNAMIC RESISTANCE OF MINING

On the basis of dimensional analysis proposed two-term aerodynamic resistance law of mines, containing linear and quadratic components. The dependence of corresponding coefficients on the parameters of a problem

Вопрос об определении аэродинамического сопротивления горных выработок является неоднозначным. Как справедливо отмечается в статье [1], разные авторы трактуют его по-разному. Сами авторы работы [1] предлагают достаточно универсальное определение аэродинамического сопротивления, однако делают это совершенно формально. Нами получен аналогичный результат, исходя их общих физических соображений.

Для определения взаимосвязи между перепадом давления на участке вентиляционной сети и расходом воздуха в самом общем виде воспользуемся теорией размерностей. Как известно, при таком подходе в первую очередь необходимо четко очертить круг значимых переменных задачи. В нашем случае в этот круг должны войти следующие переменные:

ΔP – падение давления на участке;

Q – объемный расход воздуха;

d – характерный линейный размер участка;

ρ – плотность воздуха;

μ – динамическая вязкость воздуха.

Время не входит в число значимых переменных, поскольку мы рассматриваем установившееся течение и все перечисленные выше переменные явно от времени не зависят.

Так как по своему содержанию наша задача является чисто механической, ее надлежит рассматривать в системе первичных величин *MLT*. В этой системе пять перечисленных выше переменных имеют следующие размерности:

$$[\Delta P]=\frac{M}{LT^2};\quad [Q]=\frac{L^3}{T};\quad [d]=L;\quad [\rho]=\frac{M}{L^3};\quad [\mu]=\frac{M}{LT}.$$

Из «П– теоремы» Бекингема следует, что число независимых безразмерных комплексов, которые могут быть составлены из величин, существенных для процесса, равно числу всех физически разнородных величин за вычетом числа первичных величин, то есть в нашем случае 5 – 3 = 2 [2].

Составим три попарно независимых безразмерных комплекса с тем, чтобы в дальнейшем выбирать из них пару независимых:

$$\frac{\Delta P d^3}{\mu Q} = c_1 \text{ – линейный коэффициент сопротивления,} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta P d^4}{\rho Q^2} = c_2 \text{ – квадратичный коэффициент сопротивления,} \quad (2)$$

$$\frac{Q\rho}{d\mu} = \mathrm{Re} \text{ – критерий Рейнольдса.} \quad (3)$$

Теория размерностей утверждает, что физическая связь между существенными величинами может быть представлена как функциональная зависимость между составленными из них независимыми безразмерными комплексами.

Выберем вначале комплексы (1) и (3) и запишем указанную функциональную зависимость в виде

$$c_1 = c_1(\mathrm{Re}) \quad (4)$$

или

$$\frac{\Delta P d^3}{\mu Q} = c_1(\mathrm{Re}), \quad (5)$$

откуда следует

$$\Delta P = c_1(\mathrm{Re}) \frac{\mu}{d^3} Q\,. \quad (6)$$

Такая форма связи между перепадом давления на участке вентиляционной сети и расходом воздуха через него удобна при малых числах Рейнольдса. При малых *Re* существенны силы трения, пропорциональные μ, а силы инерции пропорциональные ρ пренебрежимо малы, поэтому из уравнения (6) должна выпасть зависимость от ρ, которая входит в него только через число Рейнольдса. Это возможно только, если линейный коэффициент сопротивления c_1 не зависит от *Re*

$$c_1(\mathrm{Re}) = c_1 = const, \quad (7)$$

откуда

$$\Delta P = c_1 \frac{\mu}{d^3} Q, \tag{8}$$

где c_1 - постоянное число, которое зависит только от формы выработки и шероховатости стенок, а также от того, какой именно линейный размер взят в качестве характерного, то есть зависит только от геометрии.

Таким образом, при малых числах Рейнольдса имеет место линейный закон аэродинамического сопротивления. Этот режим движения воздуха называется ламинарным.

Теперь представим физическую связь между величинами, существенными для нашей задачи, как функциональную зависимость безразмерного комплекса (2) от комплекса (3)

$$c_2 = c_2(\mathrm{Re}) \tag{9}$$

или

$$\frac{\Delta P d^4}{\rho Q^2} = c_2(\mathrm{Re}), \tag{10}$$

откуда

$$\Delta P = c_2(\mathrm{Re}) \frac{\rho}{d^4} Q^2. \tag{11}$$

Такая форма записи физической связи удобна при больших *Re*. При наличии сильной шероховатости, какой обладают стенки участка выработки, и больших числах Рейнольдса, преобладают силы инерции, пропорциональные ρ, а силами вязкости, пропорциональными μ, можно пренебречь. Отсюда, рассуждая аналогично предыдущему, приходим к выводу

$$c_2(\mathrm{Re}) = c_2 = const \tag{12}$$

и

$$\Delta P = c_2 \frac{\rho}{d^4} Q^2, \tag{13}$$

где квадратичный коэффициент сопротивления c_2 – постоянное число, которое определяется только геометрией.

Итак, при больших числах Рейнольдса имеем квадратичный закон аэродинамического сопротивления. Такой режим движения воздуха называется турбулентным.

Для промежуточного режима движении воздуха, т.е. среднего диапазона чисел Рейнольдса, в работе [1] предлагается использовать двучленный закон сопротивления, содержащий линейную и квадратичную составляющие в виде

$$\Delta P = R_1 Q + R_2 Q^2, \tag{14}$$

где R_1 и R_2 - соответственно линейная и квадратичная составляющие аэродинамического сопротивления.

Аналогичная идея была предложена и в работе [3] для случая внешней аэродинамики при рассмотрении аэродинамического сопротивления плохо обтекаемого тела в широком однородном потоке.

В наших обозначениях выражение (14) можно записать:

$$\Delta P = c_1 \frac{\mu}{d^3} Q + c_2 \frac{\rho}{d^4} Q^2, \tag{15}$$

откуда видно, что обе составляющие аэродинамического сопротивления в выражении (14) имеют следующий физический смысл

$$R_1 = c_1 \frac{\mu}{d^3}; \quad R_2 = c_2 \frac{\rho}{d^4}. \tag{16}$$

Зная, как динамическая вязкость воздуха μ и его плотность ρ зависят от давления, температуры, влажности и газового состава шахтной атмосферы, с помощью формул (16) можно судить о том, как будут изменяться составляющие аэродинамического сопротивления R_1 и R_2 при изменении указанных параметров среды.

Покажем, что перепад давления на участке горной выработки, вычисленный по формуле (15), при малых и больших числах Рейнольдса асимптотически приближается к значениям, даваемым выражениями (8) и (13) соответственно.

Действительно, если

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho Q}{\mu d} << \frac{c_1}{c_2}, \tag{17}$$

то

$$c_2 \frac{\rho}{d^4} Q^2 << c_1 \frac{\mu}{d^3} Q \quad . \tag{18}$$

Поэтому в формуле (15) можно пренебречь вторым слагаемым по сравнению с первым, и мы приходим к выражению (8).

Аналогично, из

$$\mathrm{Re} >> \frac{c_1}{c_2} \qquad (19)$$

вытекает

$$c_1 \frac{\mu}{d^3} Q << c_2 \frac{\rho}{d^4} Q^2, \qquad (20)$$

и мы можем пренебречь в (15) первым слагаемым, таким образом приходя к выражению (13).

Итак, из всего предыдущего рассмотрения можно сделать вывод, что двучленный закон аэродинамического сопротивления в форме (14) или (15) является достаточно универсальным в широком диапазоне чисел Рейнольдса и может быть рекомендован для характеристики участка горной выработки, как участка вентиляционной сети. Для его применения на практике на одном участке должна быть сделана как минимум пара измерений падения давления ΔP при двух разных значениях расхода Q. После этого может быть составлена система двух линейных уравнений относительно R_1 и R_2, решение которой даст их значения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Битколов Н. З. Определение аэродинамических сопротивлений вентиляционных сетей [Текст] / Н. З. Битколов, И. И Иванов. – С. П. Б.: ФГУПНИИ промышленной и морской медицины, 2011 – 4 с.
2. Гухман А. А. Введение в теорию подобия [Текст] / А. А. Гухман. М.: Высшая школа, 1973. – 295 с.
3. Веретенник В. Н. О математической модели нестационарного движения крыльчатки и способе измерений малых скоростей воздушного потока [Текст] / В. Н. Веретенник. – Днепропетровск.: ИГТМ НАН Украины, 2004 – 4с.

УДК 622.451.001.24

Канд. техн. наук Т.В. Бунько
(ИГТМ НАН Украины)

К ВОПРОСУ ОБ АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ШАХТНОЙ ВЕНТИЛЯЦИОННОЙ СЕТИ С НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СТРУКТУРОЙ И АЭРОДИНАМИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ ЕЕ РЕАЛЬНОМУ АНАЛОГУ

Сформульовані основні принципи, визначення та критерії адекватності математичної моделі шахтної вентиляційної системи з невизначеною структурою та аеродинамічними параметрами її реальному аналогу, та розроблено комплексний критерій структурно-параметричної ідентифікації шахтної вентиляційної системи в умовах невизначеності даних.

TO QUESTION ABOUT ADEQUACY OF MATHEMATICAL MODEL OF MINE VENT NETWORK WITH INDEFINITE STRUCTURE AND AERODYNAMIC PARAMETERS TO ITS REAL ANALOGUE

Basic principles, determinations and criteria of adequacy of mathematical model of mine vent network with an indefinite structure and aerodynamic parameters are formulated to its real analogue, and the complex criterion of structure-parametrycal authentication of mine vent network in the conditions of vagueness of information is developed.